

# Proportionnalité - Pourcentage

## I. Définitions

Deux grandeurs sont proportionnelles si l'on peut calculer l'une à partir de l'autre en multipliant ou en divisant toujours par le même nombre.

### Exemple de situation de proportionnalité

- La masse de pommes de terre achetées et son prix sont proportionnelles.  
Si, par exemple, un 1 kg de pommes de terre coute 2 euros alors 2 kg coute 4 euros, 3 kg coute 6 euro...  
On multiplie la masse de pomme de terre par 2 pour trouver son prix.
- Le nombre d'heure de travail et le salaire perçu.  
Si, par exemple, une heure de travail est payée 8 euros alors 2 heures sont payées 16 euros et 3 heures sont payées 24 euros.  
Il faut multiplier le nombre d'heure de travail par 8 pour trouver la somme gagnée.

## II. Tableau de proportionnalité

Pour communiquer des informations sur des grandeurs proportionnelles, il est souvent utile de les présenter sous forme de tableau.

### Définition

Un tableau est un tableau de proportionnalité si on passe d'une ligne à l'autre en **multipliant** (ou en divisant) par un nombre, toujours le même.  
Ce nombre est appelé **coefficient de proportionnalité**.

### exemple

Quantité d'essence (en L)	6	8	10	14
Prix payé (en €)	9	12	15	21

1,5 est le coefficient de proportionnalité.

Dans cet exemple, le coefficient de proportionnalité est le prix d'un litre d'essence.

### Remarque

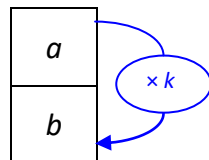
On peut passer de la seconde ligne à la première en divisant par le coefficient.

## III. Reconnaître la proportionnalité; calculer le coefficient

### Exemple

Une hirondelle se déplace d'un mouvement uniforme en parcourant 63 m en 3 secondes.

### A. En utilisant le coefficient de proportionnalité



( $a \neq 0$ )

Dans le tableau ci-contre, on a  $a \times k = b$

Par définition du quotient,  $k = \frac{b}{a}$

### Remarque

Pour trouver le coefficient de proportionnalité, on fait l'arrivée de la flèche  $b$  divisée par le départ  $a$  d'où  $k = \frac{b}{a}$ .

### Etapas

- (1) Je construis un tableau.
- (2) Je calcule le coefficient de proportionnalité.
- (3) Je conclus.

### Exemple

Durée du vol (en s)	3	4
Distance parcourue (en m)	63	

Le coefficient de proportionnalité est  $\frac{63}{3} = 21$ .

$$4 \times 21 = 84$$

La distance parcourue en 4 s est 84 m.

### B. En additionnant ou soustrayant deux « colonnes » du tableau

### Propriété

Dans un tableau de proportionnalité, on peut obtenir une nouvelle colonne en ajoutant dans chaque ligne les valeurs d'autres colonnes.

### Etapas

- (1) Je construis un tableau.
- (2) Je repère une addition (ou une soustraction) possible entre deux colonnes.
- (3) Je conclus.

**Exemple :** Quelle distance parcourt l'hirondelle en 7 secondes ?

Durée du vol (en s)	3	4	7
Distance parcourue (en m)	63	84	

+  
↖ ↗

On remarque que :  $3 + 4 = 7$ .

Donc on additionne 63 et 84.

$$63 + 84 = 147$$

La distance parcourue en 7 s est 147 m.

## C. En multipliant ou en divisant une « colonne » par un nombre (non nul)

### Propriété

Dans un tableau de proportionnalité, on obtient les nombres d'une colonne en multipliant les nombres correspondants d'une autre colonne (s'ils sont non nuls) par un *même nombre*.

### Etapas

(1) Je construis un tableau.

(2) Je repère une colonne qui, par multiplication ou division, donne le nombre demandé dans la question.

(3) Je conclus.

**Exemple :** Quelle distance parcourt l'hirondelle en 15 secondes ?

Durée du vol (en s)	3	4	7	15
Distance parcourue (en m)	63	84	147	

× 5  
↖ ↗

On remarque que :  $3 \times 5 = 15$ .

Donc on multiplie 63 par 5.

$$63 \times 5 = 315$$

La distance parcourue en 15 s est 315 m.

## IV. Un peu de physique : le mouvement uniforme

### Définition

Lorsque la durée d'un parcours effectué par un objet est proportionnelle à la distance parcourue, on dit que le mouvement est uniforme.

### Exemple

Pendant un trajet, un routier note les durées et les distances parcourues :

Durée du trajet (en h)	1	1,5	2
Distance parcourue (en km)	80	120	160

↖ ↗  
× 80

Le coefficient de proportionnalité, obtenu en calculant le quotient de la distance parcourue par la durée du parcours, s'appelle la vitesse moyenne.

Ici la vitesse moyenne est de 80 km/h.

## V. Echelles

### Définition

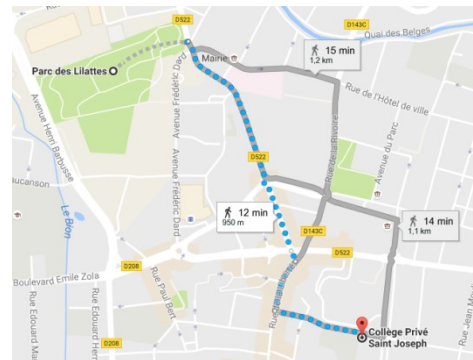
L'**échelle d'un plan** est le coefficient de proportionnalité entre les distances sur le plan et les distances réelles, exprimées avec la même unité :

$$\text{échelle} = \frac{\text{distance\_sur\_le\_plan}}{\text{distance\_réelle}}$$

### Exemple

- Sur une carte routière, Marc lit l'échelle suivante : 1 / 25 000.
- 1 cm représente 25 000 cm, c'est-à-dire 250 m dans la réalité.

Marc mesure à la règle la distance du collège St Joseph au Parc des Lilattes. Il a trouvé 3,8 cm. On peut donc dire que 3,8 cm sur la carte représente dans la réalité :  $3,8 \times 250 \text{ m} = 950 \text{ m}$ .



## VI. Proportion, pourcentage

### A. Définitions

#### Définition

La proportion représentée par une quantité  $a$  par rapport à une quantité (non-nulle)  $b$  est égale au quotient  $\frac{a}{b}$ .

#### Exemple

Dans une classe de 25 élèves, 20 sont demi-pensionnaires.

Quelle est la proportion de demi-pensionnaires dans cette classe ?

- La proportion de demi-pensionnaires dans la classe est  $\frac{20}{25}$
- $\frac{20}{25} = \frac{4 \times 5}{5 \times 5} = \frac{4}{5}$ , donc la proportion peut aussi s'écrire  $\frac{4}{5}$
- $\frac{4}{5} = 0,8$ , donc la proportion peut aussi s'écrire 0,8
- $\frac{4}{5} = \frac{4 \times 20}{5 \times 20} = \frac{80}{100}$ , donc la proportion peut aussi s'écrire  $\frac{80}{100}$

**Définition**

Un pourcentage est une proportion écrite avec le dénominateur 100.

Un pourcentage  $\frac{t}{100}$  se note t % et se lit « t pour cent ».

**Exemple (suite)**

La proportion de demi-pensionnaires dans la classe est 80 % .

## B. Application d'un pourcentage (rappel)


**Exemple**

Un fromage de 160 g contient 23 % de matière grasse.

Quelle est la masse de matière grasse dans ce fromage ?

méthode 1 : tableau de proportionnalité

Masse de fromage (g)	100	160
Masse de matière grasse (g)	23	?



Coefficient de proportionnalité :  $\frac{23}{100}$  (l'arrivée 23 est divisée par le départ 100).

méthode 2 : calcul direct

23 % de 160, c'est  $\frac{23}{100}$  de 160

c'est  $\frac{23}{100} \times 160$

Le fromage contient **36,8 g** de matière grasse.

## C. Calculer un pourcentage

### 1. A l'aide d'un tableau de proportionnalité

**Etapas**

- (1) Je construis un tableau en imaginant qu'il y a un effectif de 100.
- (2) Je complète le tableau de proportionnalité en utilisant une des 3 méthodes.
- (3) Je conclus.

**Exemple**

650 candidats se sont présentés à un examen, et 481 ont été reçus.

Quel est le pourcentage de réussite à cet examen ?

Nombre de candidats	650	100
---------------------	-----	-----

Nombre de candidats reçus	481	$p$
---------------------------	-----	-----

Coefficient de proportionnalité :  $\frac{481}{650}$

$$p = \frac{481}{650} \times 100 = 0,74 \times 100 \\ = 74$$

**74 %** des candidats ont été reçus.

## 2. A l'aide de fractions

### Etapes

- (1) J'écris les données de l'exercice sous forme de fraction (le dénominateur étant le total).
- (2) Je cherche une fraction égale à celle trouvée, avec le dénominateur 100.
- (3) Je conclus.

### Exemple

252 élèves d'un collège de 720 élèves font partie de l'association sportive. Quel est le pourcentage d'élèves de ce collège qui font partie de cette association ?

Les élèves qui font partie de l'association dans ce collège représentent  $\frac{252}{720}$  des élèves (proportion).

$$\text{Donc } \frac{252}{720} = 0,35 = \frac{35}{100}.$$

Le pourcentage d'élèves qui font partie de l'association sportive est de 35%.