Développer un produit

Développer un produit, c'est le transformer en somme.

Il y a deux développements à connaître :

$$k \times (a + b) = k \times a + k \times b = ka + kb.$$

 $(a + b)(c + d) = a \times c + a \times d + b \times c + b \times d = ac + ad + bc + bd.$

Les flèches montrent bien que l'on « distribue » la multiplication à chaque terme entre parenthèses. On passe à chaque fois d'un produit à une somme.

Exercice 1

Développer et réduire :

$$A = 5(2x-7)$$
; $B = -4(-3x+1)$; $C = 4-3(x-5)$; $D = 5x-5(-2x+1)$; $E = 2(3x+5)-4(x+2)$.

Exercice 2

$$A = (x + 3)(x + 4)$$
; $B = (2x - 3)(-x + 2)$; $C = (-4x + 3)(2x + 1)$; $D = (7x - 2)(5x - 4)$; $E = (-3x - 4)(8x - 7)$.

Exercice 3

$$A = 5 + (2x - 7)(4 - 3x);$$
 $B = 3 - (4x + 1)(-x + 2);$ $C = 5x - 1 + (2x - 3)(3x + 1);$ $D = 4x2 - (-5x + 2)(x - 3);$ $E = (2x - 3)(x + 5) - 4(2x - 1).$

Factoriser une somme

Factoriser une somme (ou une différence), c'est la transformer en produit.

On écrit les formules :

$$k \times a + k \times b = k \times (a + b)$$

somme \rightarrow produit

 $k \otimes a - k \otimes b = k \otimes (a - b)$ différence \rightarrow produit

k est appelé le facteur commun

Exercice 1

Pour chacune des expressions suivantes, mettre en facteur le nombre indiqué entre parenthèses :

$$A = 15 \times + 45 (15)$$
; $B = -6 \times + 24 (6)$; $C = 4 \times - 8 (4)$; $D = 27 \times - 9 (9)$; $E = 11 \times - 33 (11)$; $F = -9 \times + 9 (9)$.

Exercice 2

$$A = 4 x^{2} + 3 x; \qquad B = 7 x^{2} - x; \qquad C = 2 x + 5 x^{3}; \qquad D = 4 x^{2} + 8 x; \qquad E = 5 x^{2} - 15 x; \qquad F = 2 x^{2} + 8 x^{4}; \\ G = 5 x^{3} - x^{2} + 2 x; \qquad H = -4 x^{3} - 4 x^{2} + 8 x.$$

Exercice 3

$$A = (x + 3) (x + 5) - 3 (x + 5);$$
 $B = (2 x + 3) (x - 4) + (3 x - 5) (x - 4);$ $C = (3 x - 1) (x - 2) - (2 x + 5) (3 x - 1);$ $D = x (2 x + 3) - 7 (2 x + 3).$

Exercice 4

A =
$$(x + 1) (x + 7) - (x + 7)$$
; B = $(2 x - 5)^2 - (2 x - 5) (x + 2)$; C = $2 x + 1 + 5 x (2 x + 1) - 3 x (2 x + 1)$; D = $(x - 8)^2 + (x - 8)$.

Développer avec une identité remarquable

Il faut connaître les trois identités remarquables suivantes :

$$(a + b)^2 = a^2 + 2 a b + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2 a b + b^2$$

$$(a + b) (a - b) = a^2 - b^2$$

Exercice 1

Développer et réduire les expressions suivantes :

$$A = (x + 1)^2$$
;

$$B = (y + 3)^2$$

$$C = (n + 6) (n - 6)$$

$$A = (x + 1)^2$$
; $B = (y + 3)^2$; $C = (n + 6) (n - 6)$; $D = (x + 1) (x - 1)$; $E = (x - 1)^2$; $F = (t + 5)^2$.

$$E = (x - 1)^2$$
;

$$F = (t + 5)^2$$
.

Exercice 2

$$G = (5 x + 2)^2$$
; $H = (4 x - 1)^2$; $J = (2 y + 3)^2$; $K = (5 n + 7) (5 n - 7)$; $L = (3 - 4 x) (3 + 4 x)$; $M = (5 - 6 x)^2$.

$$H = (4 \times -1)^2$$
; $J = (2 y + 3)^2$

$$-7)$$
; L = $(3 - 4x)(3 + 4x)$;

$$M = (5 - 6 x)^2$$

Exercice 3

Recopier et compléter :

a)
$$(x + ...)^2 = ... + ... + 25$$
;

b)
$$(y - ...)^2 = ... - ... + 1$$

c)
$$(z + ...)^2 = ... + 8z + ...$$

a)
$$(x + ...)^2 = ... + ... + 25$$
; b) $(y - ...)^2 = ... - ... + 1$; c) $(z + ...)^2 = ... + 8z + ...$; d) $(n + ...) (n - ...) = ... - 49$;

e)
$$(... + 4)^2 = 9 x^2 + ... + ...$$
; f) $(... - 5)^2 = 16 x^2 - ... + ...$

f)
$$(... - 5)^2 = 16 x^2 - ... +$$

$$(2+...) = ... + 82 + ...;$$
 $(11+...) (11-...) = ... - 45$

Développer et réduire chaque expression :

$$A = 15 x - (x + 7)^2$$

$$A = 15 x - (x + 7)^2$$
; $B = (x + 2) (x - 2) + (x + 1)^2$; $C = (x + 3)^2 - (x - 2)^2$ $D = (x + 8)^2 - (x - 8)^2$

$$C = (x + 3)^2 - (x - 2)^2$$

$$D = (x + 8)^2 - (x - 8)^2$$

Factoriser avec une identité remarquable

Il faut connaître les trois identités remarquables suivantes :

$$a^2 + 2 a b + b^2 = (a + b)^2$$
 $a^2 - 2 a b + b^2 = (a - b)^2$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

$$a^2 - b^2 = (a + b) (a - b)$$

Exercice 1

Factoriser les expressions suivantes :

$$A = x^2 + 2x + 1$$
; $B = x^2 - 6x + 9$; $C = x^2 - 81$; $D = x^2 + 18x + 81$; $E = x^2 + 8x + 16$; $F = x^2 - 9$; $G = 64 - x^2$; $H = x^2 - 10x + 25$

Exercice 2

$$A = 4x^2 - 4x + 1$$
; $B = 9x^2 + 54x + 81$; $C = 25x^2 - 16$; $D = 4x^2 - 28x + 49$; $E = 36x^2 + 36x + 9$; $F = 36x^2 - 9$; $G = 9x^2 - 81$: $H = 9x^2 - 12x + 4$.

Exercice 3

$$P = (2 \times - 1)^2 - 10$$

$$C = (v + 1)^2 = 0$$

B =
$$(3 x - 4)^2 - 49$$
; C = $(x + 1)^2 - 9$; D = $(2 x - 1)^2 - 100$; E = $(x - 1)^2 - (x + 3)^2$

$$E = (y - 1)^2 - (y + 3)^2$$