

Equations

« L'ignorance mène à la peur, la peur mène à la haine
et la haine conduit à la violence. Voilà l'équation. »

Averroès (1126-1198)

I. Vocabulaire et définitions

définition

Une **égalité** est constituée de deux membres séparés par le signe « = ».

Exemple

$$\begin{array}{ccc} \text{membre de gauche} & & \text{membre de droite} \\ \underbrace{5 \times 4} & = & \underbrace{12 + 8} \end{array}$$

définitions

Une **équation** est une **égalité** contenant un nombre dont **on ne connaît pas** la valeur.
Il est désigné par une lettre et est appelé **l'inconnue de l'équation**.

Exemples

$$\begin{array}{ccc} \underbrace{6x - 5} & = & \underbrace{9x + 11} \\ \text{membre} & & \text{membre} \\ \text{de gauche} & & \text{de droite} \end{array}$$

Équation d'inconnue x

$$\begin{array}{ccc} \underbrace{4a + 5} & = & \underbrace{a + 3} \\ \text{premier} & & \text{deuxième} \\ \text{membre} & & \text{membre} \end{array}$$

Équation d'inconnue a

II. Tester une égalité

Pour tester si une égalité est vraie, on remplace l'inconnue par la valeur dans chaque membre de l'égalité et on compare les résultats.

Une **solution** d'une équation est une **valeur de l'inconnue** pour laquelle l'égalité est **vraie**.

Exemples

- le nombre (-3) est-il solution de l'équation $2x - 3 = 4x + 2$?

On remplace x par (-3) dans chacun des deux membres.

D'une part $2 \times (-3) - 3 = -6 - 3 = -9$

D'autre part $4 \times (-3) + 2 = -12 + 2 = -10$

Comme $-9 \neq -10$ alors (-3) n'est pas solution de l'équation.

- Même question avec $(-2,5)$.

D'une part $2 \times (-2,5) - 3 = -5 - 3 = -8$

D'autre part $4 \times (-2,5) + 2 = -10 + 2 = -8$

Comme $-8 = -8$ alors $(-2,5)$ est solution de l'équation.

III. Résoudre une équation du premier degré

Résoudre une équation, c'est trouver **toutes** ses **solutions**.

Propriété fondamentale

Pour tous nombres a, b, c

- On ne change pas la solution d'une équation si on additionne (ou soustrait) un même nombre à chaque membre de cette équation.

Si $a = b$ alors $a + c = b + c$

- On ne change pas la solution d'une équation si on multiplie (ou divise) un même nombre à chaque membre de cette équation.

Si $a = b$ alors $ac = bc$

Exemple : résoudre $7x - 2 = 5x + 6$

$$7x - 2 - 5x = 5x + 6 - 5x$$

$$2x - 2 = 6$$

$$2x - 2 + 2 = 6 + 2$$

$$2x = 8$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{8}{2}$$

$$x = 4$$

On peut vérifier que l'égalité $7x - 2 = 5x + 6$ est vraie pour $x = 4$.

La solution de l'équation est 4.