

Calculer avec des nombres relatifs

« Évitez les gens négatifs,
ils ont toujours un problème pour chaque solution. »

Albert Einstein

I. Additions et soustractions de nombres relatifs (rappels)

A. Vocabulaire

+ 2 est un nombre relatif **positif**. Son **opposé** est : **- 2**
(- 2) est un nombre relatif **négatif**. Son opposé est : **2**
Ils ont la **même distance à zéro** : **2**.

B. Somme de deux nombres de même signe

Exemples

Ecriture avec les signes

$$A = (+ 12) + (+ 5)$$

$$A = 17$$

$$B = (- 9) + (- 11)$$

$$B = - 20$$

Ecriture simplifiée

$$A = 12 + 5$$

$$A = 17$$

$$B = - 9 - 11$$

$$B = - 20$$

Pour effectuer la somme de 2 nombres relatifs de **même signe** :

- on garde le **signe commun**,

- on **additionne** leurs distances à zéro (partie numérique).

C. Somme de deux nombres de signe contraire

Exemples

Ecriture avec les signes

$$C = (+ 16) + (- 8)$$

$$C = 8$$

$$D = (- 31) + (+ 10)$$

$$D = - 21$$

Ecriture simplifiée

$$C = 16 - 8$$

$$C = 8$$

$$D = - 31 + 10$$

$$D = - 21$$

Pour effectuer la somme de 2 nombres relatifs de **signes contraires** :

- on prend le **signe** de la plus **grande** distance à zéro (partie numérique),
- on **soustrait** les distances à zéro.

D. Différence de deux nombres relatifs

Exemples

$$E = (- 5,3) - (+ 4,2)$$

$$E = (- 5,3) + (- 4,2)$$

$$E = - 5,3 - 4,2$$

$$E = - 9,5$$

$$F = (- 3,1) - (-2,1)$$

$$F = (- 3,1) + (+2,1)$$

$$F = - 3,1 + 2,1$$

$$F = - 1$$

Pour **soustraire** un nombre relatif, on **ajoute son opposé**.

II. Multiplication de nombre relatif

Règle des signes

$$G = 8 \times (- 4) = (+ 8) \times (- 4) = - 32$$

$$H = (- 2) \times 5 = (- 2) \times (+ 5) = - 10$$

$$I = 3 \times 6 = (+ 3) \times (+ 6) = + 18$$

$$J = (-7) \times (-9) = (-7) \times (-9) = +63$$

$$\begin{array}{l} + \times - = - \\ - \times + = - \\ + \times + = + \\ - \times - = + \end{array}$$

Règle 1

Lorsque l'on multiplie deux nombres relatifs de signes opposés :

- On met un signe moins au résultat,
- On multiplie leurs distances à zéro (partie numérique).

Exemples

$$K = (-3) \times 7$$

$$K = -21$$

$$L = 5 \times (-8)$$

$$L = -40$$

Règle 2

Lorsque l'on multiplie deux nombres relatifs de même signe :

- On met un signe plus au résultat,
- On multiplie leurs distances à zéro (partie numérique).

Preuve

On cherche $(-13) \times (-3)$.

Appelons p ce produit donc $p = (-13) \times (-3)$.

Notons que $(-13) \times (-3 + 3) = 0$.

Mais, on sait que $(-13) \times (-3 + 3) = (-13) \times (-3) + (-13) \times 3$ (distributivité)

$$= p - 39$$

Donc $p - 39 = 0$

Donc $p = 39$

Conclusion $(-13) \times (-3) = 39$

Exemple

$$M = (-4) \times (-12)$$

$$M = 48$$

III. Division de nombres relatifs

On sait que $(-3) \times 7 = -21$ donc $\frac{-21}{7} = -3$

De même $(-4) \times (-8) = 32$ donc $\frac{32}{-4} = -8$.

Règle

Lorsque l'on **divise** deux nombres relatifs :

- On applique les **règles des signes de la multiplication**,
- On **divise** leurs distances à zéro (partie numérique).

Exemples

$$N = (-16) \div (-4)$$

$$N = 4$$

$$P = \frac{35}{-7}$$

$$P = -5$$

Inverse d'un nombre relatif

Définition

Lorsque le produit de deux nombres relatifs est égal à 1, on dit qu'ils sont **inverses** l'un de l'autre.

L'inverse de x est noté : x^{-1} ou $\frac{1}{x}$.

Exemples

l'inverse de 2 est $\frac{1}{2}$ car $2 \times \frac{1}{2} = 1$

l'inverse de $-\frac{2}{3}$ est $-\frac{3}{2}$ car $-\frac{2}{3} \times \left(-\frac{3}{2}\right) = 1$.

⚠ L'inverse du nombre 0 n'existe pas !

Il est impossible de trouver un nombre dont le produit avec 0 soit égal à 1 !

IV. Priorités de calculs (rappels)

Convention

Dans une suite d'opérations, les règles de priorité sont :

- les calculs contenus **entre parenthèses (ou crochets)** sont prioritaires sur les calculs situés en dehors de ces parenthèses. La barre d'une fraction ou d'une racine carrée joue le rôle d'une parenthèse ;
- les **exposants** sont prioritaires sur les multiplications, divisions, additions

et soustractions ;

- les **multiplications et divisions** sont prioritaires sur les additions et soustractions.

Exemple

$$R = 3 \times 5 - 4 \times (5 - 8)^2 + 6$$

$$R = 3 \times 5 - 4 \times (-3)^2 + 6$$

$$R = 3 \times 5 - 4 \times 9 + 6$$

$$R = 15 - 36 + 6$$

$$R = -15$$